Если вы будете смотреть тему «Глюоны и мезонная теория Юкавы» в прописанных билетах, то вы натолкнётесь на нечто в духе:

Адроны смотри выше. Кварки в свободном состоянии не наблюдаются, входят в состав адронов. Считаются точечными частицами. Спин $\frac{1}{2}$. Указанные 3 поколения разделены по энергии, с которой они наблюдаются (3-е поколение только на ускорителях). Тип кварка (u, d, s, c, t, b) называют ароматом. Помимо этого, каждый из них обладает цветом: красный (к), зеленый (з), синий (с). Соответственно у антикварков $\bar{к}, \bar{з}, \bar{с}$. Цвет играет роль заряда сильного взаимодействия.

Адроны бесцветны т.к. цвета кварков равномерно смешаны.

Переносщики сильного взаимодействия - глюоны, так же окрашены и являются источниками сильного (глюонного) поля. В отличии от кварков, они имеют два индекса: цвет-антицвет.

Цветовые заряды сохраняются, поэтому 6 недиагональных пар не смешиваются между собой. Это не мешает переходам $к\bar{к} \leftrightarrow з\bar{з} \leftrightarrow с\bar{с}$.

Из диагональных элементов можно построить 3 независимых комбинации: $\underbrace{(к\bar{к}+з\bar{з}+с\bar{с})}_{\text{бесцветка и не источник поля}}$, $(к\bar{к}-з\bar{з})$, $(к\bar{к}+з\bar{з}-2с\bar{с})$

	$\bar{к}$	$\bar{з}$	$\bar{с}$
к	$к\bar{к}$	$к\bar{з}$	$к\bar{с}$
з	$з\bar{к}$	$з\bar{з}$	$з\bar{с}$
с	$с\bar{к}$	$с\bar{з}$	$с\bar{с}$

Возможные комбинации для глюонов

Итого $\exists$ 8 типов глюонов. Свободных глюонов (как и кварков) не существует: они „заперты" в бесцветном адроне. Это явление называется конфайнмент.

Наличие цветов у кварков объясняет существование частиц типа Δ^{++}(ууу), Ω^{-}(sss)... (хотя без цвета не должны из-за принципа Паули).

Вроде всё понятно, и я бы не писал эту методичку, если б не вопрос – почему глюонов 8?

Все двухцветные понятные, бесцветный $к\bar{к} + з\bar{з} + с\bar{с}$ вроде тоже вопросов не вызывает. Но что за чудовище $к\bar{к} + з\bar{з} - 2с\bar{с}$?

Если вы пойдёте за ответом к теоретикам, то они издевательски скажут «потому что у группы SU3 8 генераторов». По сути это верно, но нихрена непонятно.

Что же, я попытаюсь вам в 3-м семе рассказать то, что нам на спецкурсе давалось в 8-м. Как говорится, если поймёте – вы гений и я гений, не поймёте – поймёте потом.

Сразу скажем, что глюонов – как и кварков, так и частиц – бесконечного много – благодаря тому, что в квантовой физике частица может находиться в суперпозиции двух других частиц. Когда говорят, что глюонов 8, имеют в виду, что размерность пространства глюонов 8, т.е. в нём базисных элементов, которые и называются генераторами. (Им не зря придумали отдельное название – это не совсем линейное пространство и это не совсем базисные элементы, но мы не будем вдаваться в нюансы и будем считать, что у нас привычное линейное пространство).

Для начала начнём с того, что все эти условные записи $к\bar{к} + з\bar{з} + с\bar{с}$, $к\bar{з}$ - хрень полная. Как лучше всего записать глюоны тогда? В виде матрицы.

Глюон – это «передатчик» между двумя кварками. Первый кварк запишем как

$$\begin{matrix} к_1 \\ з_1 \\ с_1 \end{matrix}$$

второй

$$\begin{matrix} к_2 \\ з_2 \\ с_2 \end{matrix}$$

Эти числа – вероятности того, что кварк будет красным, зелёным и синим. Так, для полностью красного кварка к=1, з=0, с=0.

В этом случае глюон естественно записать в виде матрицы:

$$\hat{g}\begin{pmatrix} к_1 \\ з_1 \\ с_1 \end{pmatrix} = \begin{matrix} к_2 \\ з_2 \\ с_2 \end{matrix}$$

Где матрица $\hat{g}$ выглядит как:

$$\begin{matrix} к\bar{к} & з\bar{к} & с\bar{к} \\ к\bar{з} & з\bar{з} & с\bar{з} \\ к\bar{с} & с\bar{с} & с\bar{с} \end{matrix}$$

В ней 9 чисел, и мы получаем линейное пространство размерности 9. Почему в итоге 8?
Всё дело в нормировке вероятности.
Длина первого вектора должна быть 1:

$$к_1^2 + з_1^2 + с_1^2 = 1$$

И второго тоже:

$$к_2^2 + з_2^2 + с_2^2 = 1$$

Из этих условий следует, что определитель матрицы должен быть 1. Одна степень свободы и пропадает. Поэтому размерность пространства 8, ч.т.д.

Комментарий 1: по-любасу эту методичку пройдёт кто-то с 3 курса или старше, и возопит, что автор жулик: вместо вероятностей нужно брать корни из них, и вообще, они должны быть комплексные. Тому «умному» даю ответ: да, по-хорошему он прав, но это тонкости, которые в 3-м семестре знать не нужно, да и мозг взорвётся. Желающих прочитать «нормальное», «строгое» объяснение отсылаю к своему курсу по теорию групп.

Комментарий 2: по той же пионов 4, а не 3. Помните – там $u\bar{d}, d\bar{u}$ и мегастранный пион $u\bar{u} + d\bar{d}$. Почему их не 4: $u\bar{d}, d\bar{u}, u\bar{u}, d\bar{d}$?

Там только у векторов размерность не 3, а 2.
Вот смотрите. Первый кварк можно записать как

$$\begin{matrix} u_1 \\ d_1 \end{matrix}$$

Где u1 и d1 – вероятности встретить u или d цвет.

Второй аналогично можно записать как

$$\begin{matrix} u_2 \\ d_2 \end{matrix}$$

Где u2 и d2 – вероятности встретить u или d цвет.

Тогда пионы, в составе которых два кварка, можно записать в виде матрицы:

$$\begin{matrix} u_1u_2 & d_1u_2 \\ u_1d_1 & d_1d_2 \end{matrix}$$

И опять из-за нормировки теряется одна степень свободы: 2*2-1=3 – и у нас как раз 3 пиона. Как в аптеке!

Именно это обстоятельство и подтолкнуло Юкаву на выдумывание своей теории глюонного обмена, согласно которой нуклоны (т.е. содержащие u и d-кварки) обмениваются глюонами. Т.е. если раньше, с глюонами, мы писали

$$\hat{g}\begin{pmatrix} к_1 \\ з_1 \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{matrix} к_2 \\ з_2 \\ c_2 \end{matrix}$$

И имели столбцы размерности 3, а матрицу 3x3 размерности как бы 9, но 1 съедала нормировка (т.е. 8), то теперь

$$\begin{matrix} u_2 \\ d_2 \end{matrix} = \hat{\pi}\begin{matrix} u_1 \\ d_1 \end{matrix}$$

Где $\hat{\pi}$ - матрица пионов, $\begin{matrix} u_1 \\ d_1 \end{matrix}$ – первичное состояние кварка (до прилёта пиона), $\begin{matrix} u_2 \\ d_2 \end{matrix}$ – конечное состояние кварка (после прилёта пиона). Аналогия тут просто очевидна.

Комментарий 3: мы подсчитали размерность пространства, но явный вид 8 базисных векторов не представили. И не зря, потому что тут вылезают адски сложные нюансы.

Вообще говоря, это матрицы Гелл-Манна:

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Произвольная матрица через них записывается как:

$$\hat{g} = \prod_{k=1}^{8} \exp\left(\widehat{\lambda_k} a_k\right)$$

Где a_k – произвольные коэфы разложения.
Собственно, как раз потому, что здесь произведение, а не сумма, матрицы Гелл-Манна являются генераторами, а не базисные элементы. Впрочем, я не рассчитываю, что читатель поймёт матричную экспоненту в 3-м семестре.

Ну а в случае размерности на 3, а 2, т.е. с пионами, нам потребуется не 8 матриц 3x3, а 3 матрицы 2x2. Читатель уже догадался – это матрицы Паули. И он прав:

$$\hat{\pi} = \prod_{k=1}^{8} \exp\left(\widehat{\sigma_k} a_k\right)$$